

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

– ETAPA LOCALĂ –

08.02.2026

CLASA a VI- a

- **Minden feladat kötelező. Hivatalból 10 pont jár.**
- **A versenylapra a teljes megoldást íjátok le.**
- **A munkaidő három óra.**

I Tétel (20 pont)

Mária dobozokat rendez el egy polcon. Ha 2-es, 3-as, 4-es, 5-ös vagy 6-os csoportokba rendezi őket, mindig marad egy olyan csoport, amelyben csak egy doboz van. Ha viszont 7-es csoportokat alakít ki, nem marad hiányos csoport.

- a) Lehet-e 285 doboz? Válaszodat indokold.
- b) Állapítsd meg a polcon lévő dobozok számát, tudva, hogy ez a lehető legkisebb szám.

II Tétel (20 pont)

Egy egyenesen adottak az $A_0; A_1; A_2; \dots; A_{2026}$, pontok ebben a sorrendben úgy, hogy $A_0A_1 = 1$ cm, $A_1A_2 = 2$ cm, $A_2A_3 = 3$ cm,..., $A_{2025}A_{2026} = 2026$ cm és M az A_0A_{2026} szakasz felezőpontja.

- a) Határozzuk meg az A_0A_{2026} szakasz hosszát.
- b) Határozzuk meg azt a $k \in \mathbb{N}$ számot, amelyre az M pont az A_kA_{k+1} szakaszon helyezkedik el.

III Tétel (25 pont)

Legyen $A = \left\{ \frac{2035}{10}, \frac{2036}{11}, \frac{2037}{12}, \dots \right\}$. Határozd meg az $A \cap \mathbb{N}$ halmaz számosságát.

IV Tétel (25 pont)

Adott az AOB szög, amelynek mértéke 150° . A B pontban az OB -re állított merőleges az AOB szög szögfelezőjét az M pontban metszi. Legyen C egy pont a BM egyenesen, ahol C pont B és M között helyezkedik el. A C ponton keresztül párhuzamost húzunk az OA -val, amely az OM szögfelezőt a D pontban metszi.

- a) Határozzátok meg DCB szög mértékét.
- b) Igazoljátok, hogy az AOM és MDC szögek mértékei fordítottan arányosak $\frac{1}{25}$ és $\frac{1}{35}$ -el.